

gleichswerte bekannt sind<sup>12</sup>. Aus Gl. (2) folgt hier als obere Grenze<sup>13, 8</sup>

$$f_{12, \max} = -\lambda \cdot \det^{-1} \mathbf{G} \cdot g_{12} = \lambda \cdot \det^{-1} \mathbf{G} \cdot m_C^{-1} \quad (\text{mit } m_C \text{ Masse von C}). \quad (10)$$

Die vollständigen Datensätze der  $\mathbf{G}$ -Matrix und der  $\lambda$ -Werte finden sich in der Literatur<sup>2, 14</sup>. Von den beiden Eigenwerten  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  verwenden wir stets den kleineren. Damit erhalten wir aus Gl. (10) die Lösungsbereiche:

<sup>12</sup> W. J. JONES, W. J. ORVILLE-THOMAS u. U. OPIK, J. Chem. Soc. 1959, 1625.

<sup>13</sup> Siehe<sup>3</sup>, S. 37.

$$0 < f_{12}(\text{ClCN}) = f_{\text{ClC/CN}} < 2,4 \text{ mdyn/}\text{\AA}, \quad (11)$$

$$0 < f_{12}(\text{BrCN}) = f_{\text{BrC/CN}} < 2,0 \text{ mdyn/}\text{\AA}. \quad (12)$$

Nach dem Zentrifugaldehnungseffekt erhält man die Werte:

$$f_{\text{ClC/CN}} = 1,33 \text{ mdyn/}\text{\AA} \quad \text{und} \quad f_{\text{BrC/CN}} = 0,7 \text{ mdyn/}\text{\AA}^{12}.$$

Meinen Hochschullehrern Prof. GOUBEAU, Prof. SLIBAR und Prof. BECHER danke ich herzlich für ihr Interesse und ihre Unterstützung.

<sup>14</sup> A. FADINI, Z. Angew. Math. Mech., Sonderheft der Tagung Ges. Angew. Math. Mech., Wien 1965, im Druck.

## Messung der Geschwindigkeit elektrisch leitfähiger Medien

H. BURKHARDT und G. SCHNELL

Institut für Plasmaforschung der Technischen Hochschule Stuttgart

(Z. Naturforsch. 21 a, 485—487 [1966]; eingegangen am 23. Februar 1966)

Aus den MAXWELL-Gleichungen resultiert, daß ein strömendes, elektrisch leitfähiges Medium mit einem Magnetfeld in Wechselwirkung tritt. Diese Wechselwirkung führt zu einer Verschleppung des Feldes. Die Größe der Verschleppung ist sowohl ein Maß für die Geschwindigkeit als auch für die Leitfähigkeit des Mediums. Bei bekannter Leitfähigkeit kann also die Geschwindigkeit direkt gemessen werden<sup>1, 2</sup>.

Von der Vielfalt der möglichen geometrischen Meßanordnungen werden hier zwei untersucht, die den Anforderungen der Praxis besonders entsprechen:

1. Eine ebene Anordnung, die beispielsweise für die Messung an MHD-Plasma-Kanälen rechteckigen Querschnitts geeignet ist (Abb. 1).
2. Eine zylindersymmetrische Anordnung, die die Ausmessung von Plasmastrahlen runden Querschnitts ermöglicht (Abb. 2).

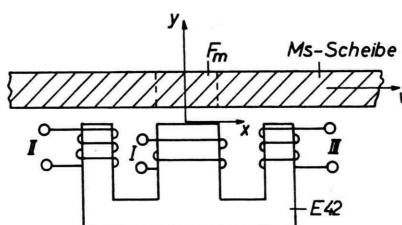


Abb. 1. Prinzipskizze der ebenen Anordnung. I Erregerspule, II und III Empfängerspulen, E 42 Ferritkern,  $F_m$  wirksamer Querschnitt (Ms-Scheibendicke mal Mittelschenkelbreite).

<sup>1</sup> A. E. FUHS, Am. Inst. Aeron. Astronaut. J. 2, 667 [1964].

<sup>2</sup> L. P. POBEREZHNSKII, Soviet Phys.—Tech. Phys. 8, 1092 [1964].

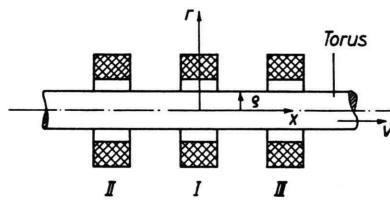


Abb. 2. Prinzipskizze der zylindersymmetrischen Anordnung. I, II, III wie Abb. 1.  $q$  Objektradius.

### 1. Näherungslösungen

Es werden zwei theoretische Abschätzungen angegeben, die für Meßfrequenzen gelten, bei denen der Skin-Effekt zu vernachlässigen ist ( $f < 100 \text{ Hz}$ ).

#### 1.1. Ebene Meßanordnung<sup>3</sup>

Die magnetische Induktion  $B$  der Spule I erzeugt über dem Mittelschenkel des Kerns im Medium einen Flächenstrom gemäß folgender Beziehung

$$J = \sigma v B F_m. \quad (1)$$

$F_m$  ist der wirksame Querschnitt des Mediums (vgl. Abb. 1). Das von  $J$  erzeugte Sekundärmagnetfeld erzeugt die Meßspannung

$$U_v = f R_m L J_0 \frac{w_{II} F_1 F_m}{w_I x^2 F_s 2}. \quad (2)$$

Dabei sind  $w_I$  und  $w_{II}$  die entsprechenden Spulenwindungszahlen;  $f$  ist die Frequenz,  $L$  die Induktivität und  $J_0$  der Erregerstrom von Spule I;  $F_1$  und  $F_s$  sind die Querschnitte des linken und des mittleren Kernschenkels.  $R_m$  ist die magnetische REYNOLDS-Zahl

$$R_m = \sigma \mu v l, \quad (3)$$

mit der Permeabilität  $\mu$ , der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$ , der Geschwindigkeit  $v$  und einer charakteristischen Länge  $l$  des strömenden Mediums.

Der Faktor  $\frac{1}{2}$  ist eine Anpassungsgröße, die dadurch entsteht, daß für die Rechnung der volle Betrag des

<sup>3</sup> H. BURKHARDT u. G. SCHNELL, Bericht 1—24 [1965]; Institut für Hochtemperaturforschung der Techn. Hochschule Stuttgart.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

$B$ -Feldes als wirksam gemäß (1) angesetzt wurde, während in Wirklichkeit die Feldlinien gekrümmt verlaufen, so daß nur etwa die Hälfte davon mit  $v$  wechselt.

Die Werte von (2) sind für einen bestimmten Abstand  $y$  zwischen Meßkern und Scheibe in Diagramm 4 aufgetragen.

### 1.2. Zylindersymmetrische Anordnung<sup>4</sup>

Hier wurde eine Transformation vom Orts- in den Zeitbereich vorgenommen. Die Transformationsgleichung lautet

$$t = (x + b)/v. \quad (4)$$

Der glockenkurvenähnliche Verlauf der von Spule I erzeugten Induktion  $B$  über  $x$  wird dabei durch eine Dreiecksfunktion der Basislänge  $2b$  angenähert. Die den Vorgang beschreibende MAXWELL-Gleichung hat in Zylinderkoordinaten die Form

$$\frac{1}{r} \frac{\partial B_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial r^2} = \mu \sigma \frac{\partial B_x}{\partial t}. \quad (5)$$

Die LAPLACE-Transformation gestattet, (5) zu lösen unter Verwendung des o. a. Induktionsverlaufes. Man erhält durch Rücktransformation in den Ortsbereich für  $0 < x < b$ :

$$U_v = \frac{\pi^2 B f w}{b} R_m \left[ \frac{\varrho^3}{4} \left( \exp \left\{ -\frac{4(x+b)}{\varrho R_m} \right\} - 2 \exp \left\{ -\frac{4x}{\varrho R_m} \right\} + 1 \right) + \frac{2\varrho^2(b-x)}{R_m} \right]. \quad (6)$$

Dabei ist  $f$  die Meßfrequenz und  $w$  die Windungszahl der Spulen II und III.

Die Werte von (6) wurden für einen bestimmten Abstand  $x$  der Meßspulen II und III von der Erregerspule I in Diagramm 5 eingezeichnet.

## 2. Messungen

Aus den abgeleiteten Formeln können mittels der magnetischen REYNOLDS-Zahl  $R_m$  im vorliegenden Fall Ähnlichkeitsbetrachtungen angestellt werden. Bei gleichen  $R_m$  sind gleiche Wirkungen zu erwarten [vgl. (2), (3) und (6)]. Wir haben für beide Anordnungen die Messungen an Plasmasimulatoren vorgenommen ( $R_m \leq 1$ ).

Bei der ebenen Anordnung hat der Plasmasimulator die Form einer Ms-Scheibe, die sich vor dem die 3 Meßspulen tragenden Ferritkern dreht. Bei der zylindrischen Anordnung wird ein Aluminiumtorus von 15 mm Ringdurchmesser und 300 mm Gesamtdurchmesser über ein Reibrad mit variabler Drehzahl angetrieben. Er durchsetzt die drei Spulen. In beiden Fällen wird das Wechselmagnetfeld von der Spule I erzeugt und das Meßsignal von den Spulen II und III aufgenommen. Die Meßschaltung wurde als Brücke ausgeführt (Prinzip in Abb. 3), die einmal für  $v=0$  ein Meßsignal 0 liefert, dann Fremdfeldstörungen kompensiert und schließlich die Ausregelung von Schaltunsymmetrien gestattet.

<sup>4</sup> H. BURKHARDT u. G. SCHNELL, Bericht 1–13 [1965]; Institut für Hochtemperaturforschung der Techn. Hochschule Stuttgart.

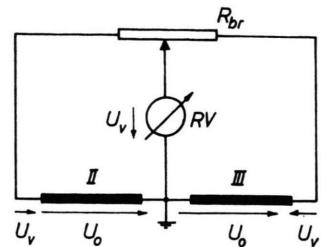


Abb. 3. Brückenschaltung der Meßanordnung. II und III wie Abb. 1, RV Röhrentvoltmeter,  $R_{br}$  Brückenwiderstand,  $U_0$  Transformatorspannung,  $U_v$  Meßspannung.

Abb. 4 zeigt die Meßwerte der ebenen Anordnung bei einer Erregerinduktion von  $B=20$  G. Parameter ist dabei der Abstand  $y$  zwischen Scheibe und Meßkern.

Definiert man eine Ergiebigkeit  $\eta$  als Quotient von Erregerdurchflutung  $\Theta$  und Meßsignal  $U_v$  pro Empfangswindung bei einer bestimmten Geschwindigkeit ( $v=20$  m/s), so ist hier

$$\eta_1 = \frac{\Theta}{U_v} = 1,2 \mu\text{V/A}. \quad (7 \text{ a})$$

Abb. 5 schließlich zeigt die Meßwerte der zylindersymmetrischen Anordnung bei einer Erregerinduktion von

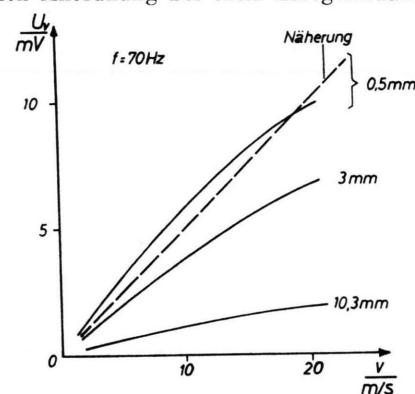


Abb. 4. Meß- und Näherungswerte der ebenen Anordnung. Parameter ist der Abstand Meßkopf–Scheibe. Die Meßwerte sind so gut reproduzierbar, daß sie nicht einzeln eingezeichnet wurden.

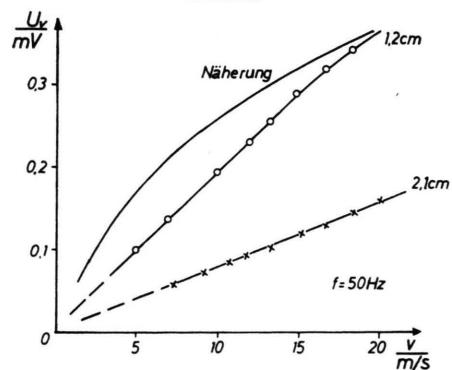


Abb. 5. Meß- und Näherungswerte der zylindersymmetrischen Anordnung. Parameter ist der Abstand Spule II–Spule I.

$B = 40$  G. Parameter ist die Entfernung  $x$  der Außen-spulen II und III von der Mittelspule I.

Die Ergiebigkeit ist hier ( $v = 20$  m/s)

$$\eta_2 = 0,18 \mu\text{V/A}. \quad (7\text{b})$$

Das beschriebene Verfahren gestattet die Messung der über den Querschnitt gemittelten Geschwindigkeit  $v$  bei bekannter elektrischer Leitfähigkeit  $\sigma$ . Ist das Leitfähig-

keitsprofil über dem Querschnitt gegeben, so kann mittels eines modifizierten Verfahrens auf das Geschwindigkeitsprofil geschlossen werden. Darüber sind Untersuchungen im Gange.

Herrn Prof. Dr. W. KLUGE sei für die Förderung gedankt, die er dieser Arbeit hat angedeihen lassen.

Since  $\Delta m/m$  is constant,  $(\Delta b/b)_c$  and  $(\Delta b/b)_e$  must be different. If there is a cooperative motion of a small number of ions we can write

$$(\Delta b/b)_c = (n b^{\text{Li}} - n b^{\text{Li}}) / (n b) = (b^{\text{Li}} - b^{\text{Li}}) / b.$$

$n$  is the mean value of the number of ions taking part in the same movement.

In natural lithium sulphate the number of  ${}^6\text{Li}$  ions is small compared with the number of  ${}^7\text{Li}$  ions and this gives

$$(\Delta b/b)_e = (b^{\text{Li}} + (n-1) b^{\text{Li}} - n b^{\text{Li}}) / (n b) = (\Delta b/b)_c / n.$$

The mean value of the number of ions taking part in the same movement is thus 2.0.

The difference in electrical conductivity of molten  ${}^6\text{LiCl}$  and  ${}^7\text{LiCl}$  has recently been discussed by LENKE and KLEMM<sup>4</sup>.

I wish to thank Dr. A. LUNDÉN for helpful discussions during this work. This work was supported by "Chalmerska Forskningsfonden".

$T$ °C	$\frac{\alpha}{\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}}$		$T$ °C	$\frac{\alpha}{\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}}$
	96.2	% ${}^6\text{Li}$		
915.0	4.646		906.5	4.424
904.8	4.582		892.2	4.356
871.3	4.402		866.2	4.194
822.8	3.025		856.8	3.587
806.4	2.887		820.0	2.857
768.2	2.565		802.5	2.718
756.5	2.463		784.2	2.562
716.5	2.053		730.8	2.117
702.0	1.958			
646.2	1.495		12.6	% ${}^6\text{Li}$
624.4	1.318		929.5	4.539
			910.8	4.451
100.0	% ${}^7\text{Li}$		891.0	4.340
889.5	4.321		838.0	3.017
880.5	4.276		832.0	2.968
873.8	4.236		811.3	2.797
864.8	4.199		802.5	2.718
861.0	4.169		786.8	2.594
840.8	3.011		730.0	2.099
823.2	2.872		714.4	1.973
789.2	2.587		691.5	1.793
771.4	2.448		670.4	1.614
747.6	2.251		630.8	1.308
714.6	1.978		610.0	1.146
687.8	1.763		582.2	0.946
679.8	1.690		579.2	0.913
634.2	1.339			

Table 1. The electrical conductivity of  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  with different concentrations of  ${}^6\text{Li}$ . Melting point of  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ : 860 °C.

<sup>3</sup> A. KVIST and A. RANDSALU, to be published.

<sup>4</sup> R. LENKE and A. KLEMM, Z. Naturforschg. **20 a**, 1723 [1965].

## The Electrical Conductivity of Solid and Molten ${}^6\text{Li}_2\text{SO}_4$ and ${}^7\text{Li}_2\text{SO}_4$

ARNOLD KVIST

Department of Physics, Chalmers Institute of Technology,  
Göteborg

(Z. Naturforschg. **21 a**, 487 [1966]; received 3 February 1966)

The electrical conductivity of  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  with different concentrations of  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  has been measured from 575 to 930 °C. The ratio of the specific conductivity of  ${}^6\text{Li}_2\text{SO}_4$  and  ${}^7\text{Li}_2\text{SO}_4$  is  $1.042 \pm 0.002$  and within the experimental errors independent of the temperature. A comparison with the mass effect found in electromigration experiments show that there is a cooperative motion of the cations in  $\alpha\text{-Li}_2\text{SO}_4$ .

In the cubic high temperature modification of lithium sulphate, the cation is highly mobile and for this reason the electrical conductivity is almost the same as in the molten salt<sup>1</sup>. The transference number of the cation in  $\alpha\text{-Li}_2\text{SO}_4$  is unity<sup>2</sup> and the cations are moving in a pseudo-lattice of sulphate ions. Deviations from the NERNST-EINSTEIN equation found by KVIST and LUNDÉN<sup>1</sup> can be explained by assuming a coupled transport mechanism.

The mass effect  $\mu$  is defined as the ratio of the relative difference of the mobilities and the relative difference of the masses of the two cations

$$\mu = \frac{\Delta b}{b} / \frac{\Delta m_+}{m_+} \quad (1)$$

LUNDÉN<sup>2</sup> hat from electromigration experiments in  $\alpha\text{-Li}_2\text{SO}_4$  calculated the mass effect of  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  and obtained the value  $-\mu_e = 0.14$ , which was almost independent of the temperature.

It is also possible to calculate a mass effect  $\mu_c$  by comparing the electrical conductivity of  ${}^6\text{Li}_2\text{SO}_4$  and  ${}^7\text{Li}_2\text{SO}_4$ . We have measured the conductivity of  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  with 0.008, 12.6, and 96.2 per cent  ${}^6\text{Li}$  in quartz capillary cells. The experimental technique and cells are described elsewhere<sup>3</sup>. The salt was reagent grade (Oak Ridge National Laboratory) and was used without further purification.

An extrapolation of the experimental data (Table 1) gives the electrical conductivity of pure  ${}^6\text{Li}_2\text{SO}_4$ . If it is assumed that the structure of the lattice is not influenced by the isotopic composition, the relative difference in mobility equals the relative difference in conductivity and thus

$$\mu_c = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} / \frac{\Delta m_+}{m_+} \quad (2)$$

This gives  $-\mu_c = 0.28$ .

<sup>1</sup> A. KVIST and A. LUNDÉN, Z. Naturforschg. **20 a**, 235 [1965].

<sup>2</sup> A. LUNDÉN, Z. Naturforschg. **17 a**, 142 [1962].